

LAHENDUSED 10.KLASS

1. Vastus: ei tantsi 20% külalistest.

Lahendus:

Olgu peol x noormeest ja y neidu. Ülesande tingimuste põhjal

$$0,72x = 0,9y,$$

kust $y = 0,8x$. Noormeestest ei tantsi $0,28x$ ja neidudest $0,1y$. Seega kokku ei tantsi

$$\frac{0,28x + 0,1y}{x + y} = \frac{0,28x + 0,08x}{x + 0,8x} = \frac{0,36x}{1,8x} = 0,2.$$

Hindamine:

Võrrandi $0,72x = 0,9y$ koostamine: 2p

Sellest x või y avaldamine: 1p

Ei tantsinud 28% noormeestest ja 10% neidudest (või x ja y kaudu): 1p

Õige suhte väljakirjutamine: 1p

Teisendamine ühele muutujale: 1p

Õige lõppvastus: 1p

7p

2. Vastus: $4(40\pi - 11)$ meetrit.

Lahendus:

Ühe ringi pikkus, mida läbivad Veiko ja Peeter on 16π m.

Kahe sekundiga Peeter läbib $2 \cdot 2,2 = 4,4$ m.

Kui Veiko hakkab jooksuma, siis nende vahel on $16\pi - 4,4$ meetrit.

Iga sekundiga jõuab Peeter 0.2 meetri võrra lähemale, ehk Peeter püüab Veiko kinni $\frac{16\pi - 4,4}{0,2}$ sekundiga.

Kuna Veiko kiirus on 2m/s, siis ta läbib

$$\frac{16\pi - 4,4}{0,2} \cdot 2 = 160\pi - 44 = 4(40\pi - 11) \text{ meetrit}$$

Hindamine:

Leitud, kui pika maa läbis Peeter 2 sekundiga	1p
Leitud, mitu meetrit on poiste vahel kui Veiko hakkab jooksuma	1p
Leitud, kui palju aega võtab Peetril Veiko kinni püüdmine	3p
Leitud, kui pika maa läbib Veiko (täpne vastus)	<u>2p</u>
	7p

Kui vastus ei ole täpne, siis -1 punkt

3. Vastus: 49 ja 83.

Lahendus:

Olgu esialgsed arvud a ja b ($a < b$) ning $a \cdot b = c$. Kuna õpilane tegi korrutamisel vea, siis tema sai järgmise võrduse

$$a \cdot b = c + 372.$$

Seejärel jagas õpilane oma tulemuse väiksema teguriga ning sai jagatiseks 90 ja jäägiks 29, seega

$$\frac{c + 372}{a} = 90 + \frac{29}{a},$$

millest

$$c = 90a - 343.$$

Järelikult,

$$a \cdot b = 90a - 343,$$

millest

$$a \cdot (90 - b) = 343.$$

Kuna $343 = 7^3$, siis

- 1) Kui $a = 1$, siis $b < 0$, ja see ei sobi
- 2) Kui $a = 7$, siis $b = 41$, aga 7-ga jagamisel ei saa jäägiks 29 olla, see ka ei sobi
- 3) Kui $a = 343$ ja $b = 89$, aga peab olema $a < b$ (õpilane jagas väiksema arvuga), see ka ei sobi
- 4) ning sobib ainult $a = 49$ ja $b = 83$

Hindamine:

Võrduse $a \cdot b = c + 372$ koostamine 1p

Võrduse $\frac{c + 372}{a} = 90 + \frac{29}{a}$ koostamine 2p

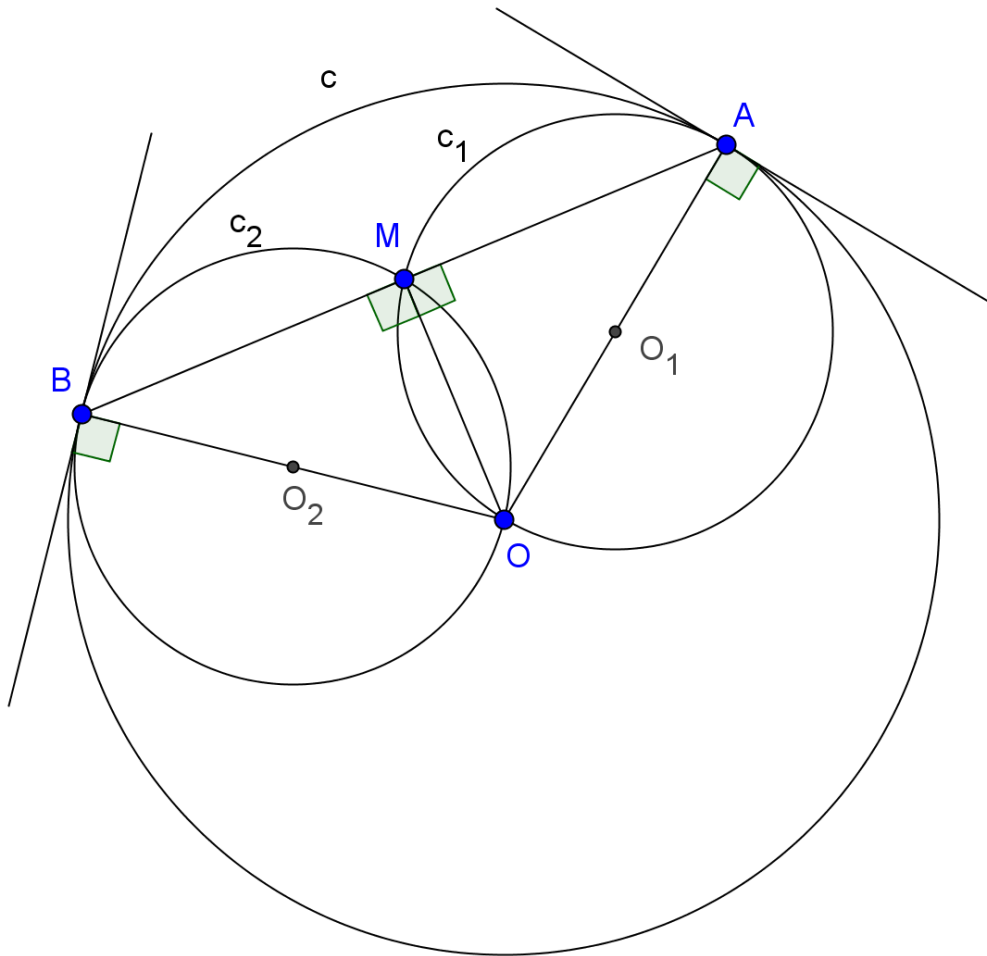
Tundmatu c avaldamine tundmatu a kaudu 1p

Võrduse $a \cdot b = 90a - 343$ koostamine 1p

Õige vastuse leidmine kasutades võrdust $343 = 7^3$ 2p

7p

4. Lahendus:



Olgu O_1 ja O_2 vastavalt ringjoonte c_1 ja c_2 keskpunktid. Ringjoone raadius on risti puutujaga, järelkult O_1A ja OA on mõlemad risti puutujaga punktis A . Seega asub ringjoone c_1 keskpunkt lõigul AO , mistõttu OA on ringjoone c_1 diameeter. Analoogiliselt asub ringjoone c_2 keskpunkt lõigul BO ning BO on ringjoone c_2 diameeter.

Thalese teoreemi põhjal on diameetrile toetuv piirdenurk täisnurk. Niisiis on nurgad BMO ja OMA täisnurgad. Saame

$$\angle BMO + \angle OMA = 180^\circ,$$

mis tähendabki, et punkt M asub sirgel AB .

Hindamine:

Ringjoone raadius on risti puutujaga: 1p

AO ja BO on c_1 ja c_2 diameetrid: 2p

Thalese teoreemi rakendamine: 2p

Tõestuse lõpetamine: 2p

7p

5. Vastus: Vallo

Lahendus:

Võib märgata, et peale Kristjani käiku, kui ta ei pane münti tagasi, saab Vallo alati võtta nii palju münte, et kokku oleks võetud 11, 12 või 13 münti.

Kui Kristjan paneb münti tagasi, siis Vallo ei saa võtta piisavalt palju münte, et kokku oleks võetud 11, 12 või 13 münti. Aga kui Kristjan paneb münti tagasi ja Vallo paneb münti tagasi ka, siis järgmist käiku saab vaadelda nagu oleksid Kristjani valikud võtta 1, 2 või 3 münti hunnikust, kuna 2 münti on lisatud tagasi hunnikusse (ehk hunnikus on nüüd 2 münti rohkem) ja järjest kaks korda panna münt tagasi hunnikusse ei ole lubatud. Sellisel juhul on Vallol alati võimalik võtta nii palju münte, et kokku oleks võetud 9, 10 ja 11 münti. Siit selgub, et ükskõik kuidas käib Kristjan, Vallo saab käia nii, et lõpuks peale tema käiku on hunnikus 11 münti vähem, kui oli enne.

$2015 = 183 * 11 + 2$ Ehk 2015 annab jäägi 2 üheteistkümne jagamisel.

Kuna esimesel käigul ei saa münti tagasi hunnikusse lisada, siis esimesel käigul saab Vallo alati võtta nii palju münte, et kokku oleks 13. Siis jääb hunnikus 11-ga jaguv müntide arv.

Ehk selleks et võita esimesel käigul Vallo peab võtma nii palju münte, et kokku oleks 13, ning edasi mängima strateegia järgi, mis on eespool kirjeldatud. (kui Kristjan võtab münte, siis Vallo võtab ka, et kokku oleks 11; kui Kristjan paneb münti tagasi, siis paneb Vallo ka münti tagasi)

Sellise strateegia järgi võidab alati Vallo, sõltumata sellest, kuidas käib Kristjan.

Hindamine:

Märgitud, et kui Kristjan võtab münte, siis Vallo saab alati võtta nii palju münte, et kokku oleks 11, 12 või 13 münti. 2p

Märgitud, et kui Kristjan paneb münti tagasi, siis Vallo saab alati panna ka münti tagasi, ning järgmise käiguga võtta nii palju münte, et kahe käigu summas oleks kokku võetud 9, 10 või 11 münti. 2p

Välja toomine, et igal juhul ühe või kahe käigu summas Vallo saab alati teha nii, et oleks 11 münti vähem, kui oli enne. 1p

Selgitamine, et 2015 annab 11 jagamisel jäägi 2 (ehk et ainult seda kasutades võita ei saa) 1p

Märgitud, et kui esimesel käigul võtab Vallo nii palju münte, et kokku oleks 13, siis ülejäänud müntide arv jagub 11, ning Vallo alati võidab 1p
7p

Ainult õige vastus – 0p.